

Практика 8. Критерий МНК как функция коэффициентов регрессии в трехмерном пространстве

1. Взять оценки коэффициентов для **линейной** модели QN-характеристики из прошлой работы $(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1)$ и в **данной работе считать их истинными** $(\beta_{ист})$. Сгенерировать выборку объема n по модели с полученным $\beta_{ист}$. Задаться дисперсией шума и объемом выборки от 10 до 20.
2. Рассчитать МНК-оценки коэффициентов регрессии на основе аналитического решения задачи минимизации функционала качества. Расчет сделать функцией regress и по формуле:
$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y$$
3. Построить трехмерный график (surf) и график изолиний (contour) функционала качества МНК $Q(\beta)$. Отобразить точкой аналитическое решение (plot3). Убедиться, что точка лежит точно в минимуме.

Вопросы к защите

1. Объяснение невязок между моделью и данными как реализаций случайного шума. Указать конкретные причины, из-за которых при заданном расходе могут получаться разные значения дифнапора насосного агрегата. Привести по крайней мере 3 причины.
2. Вероятностная модель выборки до измерений.
 - a. Формы записи:
 - i. Скалярная, для каждого i -го элемента выборки
 - ii. Векторная, для каждого i -го элемента выборки
 1. Размерность вектора коэффициентов
 2. Размерность вектора факторов
 - iii. Векторная, для всех элементов выборки.
 1. Запись матрицы плана через вектор факторов
 2. **Для всех переменных указать размерности**
 - b. Нюансы
 - a. Вектор факторов
 - i. для задания линейной зависимости
 - ii. для задания полиномиальной зависимости
 - b. По какой причине разумно считать шум нормальной случайной величиной?
3. Восстановление коэффициентов регрессии по экспериментальным данным
 - a. Понятие регрессионного остатка. Расчет остатков в скалярном и векторном виде.
 - b. Функционал метода наименьших квадратов в скалярном и векторном виде.
 - i. В чем разница между $\hat{\beta}$, β , $\beta_{ист}$?
 - ii. Что происходит с остатками при достижении минимума функционала качества МНК? Что происходит с графиком регрессионной модели в осях исходных данных (Q, H)?
 - c. Формальная постановка задачи поиска оценок коэффициентов регрессии $\hat{\beta}$ как задачи минимизации функционала (в векторном виде). Что дано, что требуется найти, за счет чего это достигается.
 - d. Аналитическое решение задачи поиска оптимальных оценок $\hat{\beta}$.
4. Расчет качества модели после измерений.
5. Как формируется матрица плана?
6. Формальная постановка задачи поиска оценок коэффициентов регрессии как задачи минимизации функционала (в векторном виде). Графический вид функционала (эскиз трехмерного графика, эскиз графика изолиний)
7. Система нормальных уравнений.

- a. Что такое вектор-градиент?
- b. Как выводится система нормальных уравнений
- c. решение системы нормальных уравнений