

Домашнее задание 3. Базовая задача MPC

Часть 1

1. Реализовать функции весов штрафов
 - a. Реализовать функцию расчета матрицы весов штрафов за отклонение от уставки в векторном критерии.
function R = get_R_matrix(Rk, P)
Rk – матрица весов на одном шаге (считается одинаковой на всех шагах)
P – горизонт прогноза
 - b. Реализовать функцию расчета матрицы весов затрат на управление в векторном критерии.
function Q = get_Q_matrix(Qk, P)
Qk – матрица весов на одном шаге (считается одинаковой на всех шагах)
P – горизонт прогноза
2. Реализовать матрицы, требуемые для векторной формулы расчета прогнозной траектории:
$$\bar{y} = Lx_k + M\bar{u}$$
 - a. Для справки. Размерности матриц L , M зависят от размерностей матриц в модели в пространстве состояний и горизонта прогноза P .
$$\begin{cases} x_{k+1} = \tilde{A}x_k + \tilde{B}u_k \\ y_k = \tilde{C}x_k \end{cases} \quad \begin{matrix} \vec{u}_k [m \times 1] \\ \vec{x}_k [n \times 1] \\ \vec{y}_k [r \times 1] \end{matrix} \quad \begin{matrix} A [n \times n] \\ B [n \times m] \\ C [r \times n] \end{matrix}$$
 - b. Рассчитать размерности матриц L , M .
 - c. Реализовать функции расчета матриц L , M .
function L = get_L_matrix(?, P)
function M = get_M_matrix(??, P)
вместо «?» и «??» передать только те параметры, которые нужны при вычислении соответствующих матриц.
3. Представить единичный скачок в виде вектора \bar{u} и смоделировать отклик системы с помощью формулы $\bar{y} = Lx_k + M\bar{u}$. Для отладки сравнить полученную траекторию с аналогичной траекторией из прошлых ДЗ, рассчитанной с помощью цикла for. При несовпадении исправить ошибки.

Часть 2

1. Построить функцию расчета программного управления MPC:
function Uk = mpc_controller(Xk, P, A, B, C, R, Q)
Выход функции – программное управление на **текущем** шаге.
Внутри функции использовать функции расчета матриц Q, R, L, M из первой части задания.
2. Смоделировать работу замкнутой системы с MPC-регулятором. Принять, что на каждом шаге текущее состояние объекта X_k известно (на каждом шаге брать его из модели процесса). Сравнить MPC-регулятор с П-регулятором.
3. Изучить влияние горизонта прогнозирования, изменяя P.
4. Изучить компромисс между штрафом за управление и штрафом за отклонение от уставки, изменяя диагональные элементы матриц Q, R.

Вопросы к защите

1. Общая идея MPC-управления и постановка оптимальной задачи по поиску оптимального управляющего воздействия MPC-регулятора
 - a. Какой принцип лежит в основе выбора управляющего воздействия в MPC-регуляторе?
 - b. Пояснить содержательный смысл слагаемых в функционале качества MPC.

$$J_k(y_{k+1}, \dots, y_{k+P}, u_k, \dots, u_{k+P-1}) = \sum_{j=1}^P \left[\left(\frac{y_{k+j} - r_{k+j}}{e_{k+j}} \right)^T R_{k+j} (y_{k+j} - r_{k+j}) + u_{k+j-1}^T Q_{k+j} u_{k+j-1} \right]$$

- c. Графическая интерпретация критерия. Привести эскизы переходных процессов по y , указать, какой из них лучше, какой хуже в смысле критерия управления. То же самое по управлению u .
- d. Типичный вид R_{k+j} , Q_{k+j} .
- e. За счет чего в критерии учитывается, что и отрицательные, и положительные отклонения от уставки, это одинаково «плохо»? Пояснить на основе выражения
- $$e_{k+j}^T R_{k+j} e_{k+j}$$
- f. В задаче ММНК-оценивания оптимумом являются оценки коэффициентов регрессионной модели. Что является аналогом в МРС-задаче без ограничений? Другими словами, что такое $\operatorname{argmin} J_k(u_k, \dots, u_{k+P-1})$.
2. Решение задачи МРС
- a. Как нужно преобразовать функционал качества МРС, чтобы решить задачу оптимального управления?
- b. Запись функционала качества МРС в векторном виде. Указать, как формируются векторы \bar{y} , \bar{u} , \bar{r} . Указать размерность и структуру матриц Q , R .
- c. Запись функционала качества МРС в виде, зависящем только от управляющего воздействия.
- Вывести векторную формулу траектории прогноза \bar{y} как функции от векторного управляющего воздействия \bar{u} .
 - Вывести размерность матриц L , M .
 - Что нужно передать в модель в пространстве состояний, чтобы использовать ее для расчета прогноза?
 - Переписать функционал с учетом введенных обозначений.
- d. Записать функционал качества ММНК. Чем отличается ММНК от МНК в идейном смысле? Указать структуру матрицы плана и ее размерность. Указать размерности остальных величин функционала. Указать содержательный смысл двух его основных слагаемых. Записать решение задачи ММНК.
- e. Провести аналогию с функционалом качества МРС. Записать решения задачи МРС.
- f. Почему нельзя выдать все P рассчитанных управляющих воздействий на объект и затем только через P шагов посчитать новое управление? За счет чего накапливается ошибка прогноза. Как добиться того, чтобы ошибка прогноза не накапливалась?
- g. Зачем считать P управляющих векторов \vec{u}_k , если на объект передается только первый из них?
- h. В запись оптимального управления входит начальный вектор состояния x_k . Каким образом его получить в реальных условиях, если доступны только измерения y_k .
3. Переходной процесс в системе с МРС-регулятором и влияние на него настроечных параметров.
- a. Выбор горизонта прогноза P .
- При каком P решение задачи МРС стремится к решению задачи АКР?
 - Как подобрать горизонт прогноза?
 - Как на переходной процесс влияет величина горизонта прогноза P ?
 - Чем плох излишне малый горизонт прогноза? Чем плох излишне большой горизонт прогноза?
- b. Выбор настроечных весов Q , R (вопросы ниже подразумевают, что P уже выбрано!)

- i. Как величина статической ошибки сказывается на величине критерия J_k ? Как повысить чувствительность критерия к статической ошибке? (Т.е., чтобы статическая ошибка вносила больший вклад в величину критерий).
- ii. Как уменьшить статическую ошибку в МРС-регуляторе без астатизма?
- iii. Как уменьшить перерегулирование МРС-регулятора?
- iv. Как обнулить штраф за затраты на управление? Как отразится на переходном процессе обнуление штрафов на затраты на управление?
- v. Как на переходной процесс влияет величина весов в матрицах Q, R ?

4. Общие вопросы

- a. Пусть поведение реального процесса отличается от предсказанного прогнозирующей моделью. Что при этом будет происходить в системе с МРС-регулятором?
- b. Что такое модель процесса и что такое прогнозирующая модель в данной работе? Какая из этих двух моделей отсутствует при работе МРС-регулятора на реальном объекте?
- c. Что такое программное управление?
- d. Чем отличается задача МРС и АКР (LQR)?