

Практика 11. Оптимальные задачи

Задача безусловной минимизации. Задача минимизации с ограничениями.

Часть 1. Восстановление коэффициентов регрессии с помощью ММНК

1. Сгенерировать выборку на основе линейной модели из курса Планирование эксперимента. Дисперсию шума взять там же. Объем выборки n задать от 10 до 20.
2. Задаться $R, Q, \beta_{\text{appr}}$. Матрицы R, Q взять диагональными, β_{appr} взять произвольным. Программу устроить таким образом, чтобы изменение $R, Q, \beta_{\text{appr}}$ учитывалось по всему коду.
3. Рассчитать ММНК-оценки вектора β на основе аналитического решения безусловной задачи.
4. Построить трехмерный график (surf) и график изолиний (contour) функционала качества ММНК и его. Отобразить точкой аналитическое решение (plot3)
5. На основе предыдущего пункта изучить, как изменяется график функционалов МНК, ОМНК, ММНК при изменении $R, Q, \beta_{\text{appr}}$. Описать, куда сдвинется минимум функционалов и как поменяется форма графиков (более вытянутый, более круглый).

Часть 2. Восстановление коэффициентов регрессии с помощью в случае наличия ограничений (квадратичное программирование)

6. Привести функционал ММНК к виду квадратичной формы. Посчитать конкретные матрицы H, f .
7. Убедиться, что quadprog без ограничений дает решение, совпадающее с аналитическим решением ММНК без ограничений. Вывести его на график и сравнить в числах.
8. Задать ограничения $\beta_{\min}, \beta_{\max}$ так, чтобы хотя бы одно из них нарушалось в безусловной задаче ММНК. Записать ограничения в матричной форме A, b .
9. Посчитать решение задачи квадратичного программирования с ограничениями-неравенствами функцией quadprog. Вывести решение задачи с ограничениями на график. Интерпретировать корректность результата.

Вопросы к защите

1. Что такое задача ОМНК, чем она отличается от МНК. С какой целью вводятся веса невязок? Как чисто технически их записать в виде матрицы?
2. Что такое задача ММНК? Трактовка ММНК как способа учета априорной информации о коэффициентах регрессии. Использование ММНК при обучении нейросетей.
3. При каких условиях решение задачи ММНК будет совпадать с решением задачи МНК? Проверить предположение, используя формулу аналитического решения задачи ММНК.
4. Общий вид квадратичной формы. Квадратичная форма как многомерное обобщение квадратного трехчлена. Условие наличия минимума и максимума.
5. Общий вид задачи квадратичного программирования с ограничениями-неравенствами.
6. Каким образом в задаче ММНК с ограничениями можно учесть априорную информацию о коэффициентах регрессии?
7. Запись ограничений на оценки коэффициентов регрессии
8. Почему для учета ограничений нельзя просто решить ММНК без ограничений и довести до ближайшей границы компоненты вектора оценок, которые вышли за границы? Проиллюстрировать ответ на своем 3D-графике или графике изолиний.