

## Билеты 2019

1. Средневыборочное как случайная величина. Вывести формулы  $E\bar{x}_n, D\bar{x}_n$ . Что такое взгляд «до измерений» и «после измерений» в случае средневыборочного.
2. Оценка дисперсии как случайная величина. Распределение хи-квадрат. Вывод формулы оценки дисперсии при известном МО. Приведение оценки дисперсии к распределению хи-квадрат. Доказательство смещенности оценки дисперсии при использовании оценки МО вместо истинного значения. Приведение оценки дисперсии к распределению хи-квадрат.
3. Сравнение МО двух нормальных случайных величин в случае известных дисперсий. Вероятностная модель измерения двумя датчиками одного физического параметра. Формулы  $e$  и  $z$  статистик в случае одиночного измерения и для серии измерений. Распределения статистик  $e, z$  в условиях основной и альтернативной гипотезы. Расчет порогов критической области критерия. Влияние объема выборки на ошибки первого и второго рода.
4. Сравнение МО двух нормальных случайных величин в случае неизвестных дисперсий. Вероятностная модель измерения двумя датчиками одного физического параметра. Стандартизация и студентизация  $e$ -статистики. Расчет порогов критической области критерия. Влияние объема выборки на ошибки первого и второго рода.
5. Корреляция. Коэффициент корреляции двух СВ. Выборочный коэффициент корреляции и ковариации. Интерпретация выборочного коэффициента корреляции «на пальцах» для положительной и отрицательной корреляции. Суммы коррелированных СВ. МО и дисперсия суммы коррелированных СВ  $x + y$ . Интерпретация ковариации как добавка к вариации. МО и дисперсия суммы коррелированных СВ  $ax + by$ . Скалярный вывод и векторный вывод. Вектор коррелированных СВ. Ковариационная матрица, определение, содержательный смысл, размерность. Совместная плотность распределения нормальной СВ. Расчет корреляционной матрицы оценок коэффициентов регрессии.
6. Формальная постановка задачи поиска оценок коэффициентов регрессии  $\hat{\beta}$  как задачи минимизации функционала (в векторном виде, в скалярном виде). Аналитическое решение задачи поиска оптимальных оценок  $\hat{\beta}$ . Вектор-градиент. Вывод системы нормальных уравнений и формулы оценок коэффициентов регрессии. Графическая интерпретация МНК-функционала на основе эскиза графика изолиний.
7. Оценки коэффициентов регрессии  $\hat{\beta}$  как случайные величины. Модель  $\hat{\beta}$  до измерений. Доказательство линейности связи  $\hat{\beta}$  и вектора шума. Доказательство несмещенности оценок  $\hat{\beta}$ . Вывод ковариационной матрицы оценок  $cov(\hat{\beta})$ . Какое теоретическое распределение имеет коэффициент  $\hat{\beta}_i$ ? От чего зависит погрешность (дисперсия) оценивания  $\hat{\beta}$ ?
8. Прогноз регрессионной модели как случайная величина. Ошибка прогноза истинного значения и ошибка прогноза нового значения. Дисперсии ошибок прогноза истинного значения и нового значения. Влияние коррелированности компонентов  $\hat{\beta}$ . Доверительный интервал прогноза истинного и нового значения при **известной** дисперсии.
9. Прогноз регрессионной модели как случайная величина. Ошибка прогноза истинного значения и ошибка прогноза нового значения. Дисперсии ошибок прогноза истинного значения и нового значения. Влияние коррелированности компонентов  $\hat{\beta}$ . Доверительный интервал прогноза истинного и нового значения при **неизвестной** дисперсии. Вывод формулы несмещенной оценки дисперсии.
10. Анализ регрессионных остатков. Типичный вид графика регрессионных остатков при заниженном порядке аппроксимации. Статистические свойства регрессионных остатков. Какие из статистических свойств нарушаются при занижении порядка аппроксимации? Применение критерия серия к анализу коррелированности регрессионных остатков. Какой тип ряда с точки

зрения критерия серий формируется при занижении порядка аппроксимации? Какую модель следует выбрать, исходя из анализа регрессионных остатков.

11. Статистический критерий серий (Вальда-Вольфовица). Случайный ряд, ряд с трендом, ряд с периодичностью. Исходя из определения серии, указать, для какого типа ряда их количество  $N_S$  больше или меньше. Формулировки основной и альтернативной гипотезы. Эскизы распределений статистики  $N_S$  в условиях основной и альтернативной гипотез. Формула стандартизированной статистики  $z$ . Распределения статистики  $N_S$  и стандартизированной статистики  $z$  в условиях основной гипотезы (точная форма распределения).
12. Скользящий контроль. Что такое эмпирическая модель? Какие еще бывают модели, которые нельзя назвать эмпирическими? Что такое обучающая и экзаменационная выборка? Какая проблема возникает при оценивании погрешности эмпирической модели по обучающей выборке? Что такое проблема переобучения? Контроль по одному элементу и контроль по блокам (LOO, q-fold). Расчет дисперсии на скользящем контроле LOO. Вывод формул  $\hat{D}_{LOO}$ .
13. Проверка значимости оценок коэффициентов регрессии. Критерий Стьюдента. Формирование статистики критерия. Расчет области принятия гипотезы.
14. Проверка адекватности регрессионной модели. Критерий Фишера. Формирование статистики критерия. Коэффициент детерминации  $R^2$ , его связь с критерием Фишера. Расчет области принятия гипотезы.
15. Гистограмма, полигон частот, полигон относительных частот.